Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»
Факультет математики, информационных и авиационных технологий

Савинов Ю.Г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

для студентов всех направлений и специальностей ФМИАТ

Ульяновск

Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Алгебра и геометрия» / составитель: Савинов Ю.Г. – Ульяновск: УлГУ, 2022.

Настоящие методические указания предназначены в помощь студентам всех направлений и специальностей ФМИАТ для самостоятельной работы по дисциплине «Алгебра и геометрия». В пособии представлена литература по дисциплине, основные темы курса и рекомендации по самостоятельному изучению теоретического и практического материала.

Методические указания будут полезны студентам при подготовке к лекционным и практическим занятиям, экзаменам и зачетам по данной дисциплине.

Рекомендованы к введению в образовательный процесс Ученым советом Факультета математики, информационных и авиационных технологий УлГУ (протокол № 3/22 от 19 апреля 2022 г.).

1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия : учеб. пособие / Кострикин Алексей Иванович, Ю. И. Манин. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 304 с.
2. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-1582-7 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115827.html (дата обращения: 30.05.2017). - Режим доступа : по подписке.
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с.
4. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Клетеник Давид Викторович; под ред. Н. В. Ефимова. - 12-е изд., стер. - Москва : Наука, 1975. - 240 с.
5. Мищенко С.П. Задачи и алгоритмы алгебры : учеб. пособие для 1 курса. Ч. 1 : / Мищенко Сергей Петрович, В. М. Петроградский ; ФилМГУ. - Ульяновск, 1992. - 33 с.
6. Мищенко С.П. Задачи и алгоритмы алгебры : учеб. пособие. Ч. 2 / Мищенко Сергей Петрович, И. Ю. Свиридова. - Ульяновск : УлГУ, 2000. - 106 с. – URL: ftp://10.2.96.134/Text/mishenko.pdf.
7. Лебедева Е.А., Практические занятия по линейной алгебре и аналитической геометрии : учеб.-метод. пособие / Лебедева Е.А. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2013. - 130 с. - ISBN 978-5-7782-2275-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778222755.html (дата обращения: 30.05.2017). - Режим доступа : по подписке.
8. Касапенко, Л. Ю. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : учеб.-метод. пособие. Ч. 1 : Основы линейной алгебры. Алгоритмы и упражнения / Л. Ю. Касапенко, В. М. Петроградский ; Ульяновск. гос. ун-т, Ин-т математики, физики и информ. технологий, каф. алгебро-геометр. вычислений. - Ульяновск : УлГУ, 2006.
9. Мищенко С. П. Кривые второго порядка : учеб.-метод. пособие / С. П. Мищенко, Л. М. Самойлов, Ю. Ю. Фролова; УлГУ, ФМИиАТ. - Ульяновск : УлГУ, 2016. - 48 с.
10. Самойлов Л. М. Решение задач по аналитической геометрии на плоскости : учеб.-метод. пособие / Л. М. Самойлов, Ю. Ю. Фролова, Т. В. Скорая; УлГУ, ФМиИТ. - Ульяновск : УлГУ, 2015. - 52 с.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1.1. Предмет дисциплины. Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место геометрии и алгебры в системе математического образования.

1. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия : учеб. пособие / Кострикин Алексей Иванович, Ю. И. Манин. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 304 с. С.5-6 чтение теории

Тема 2.1. Элементы теории множеств. Задание множеств. Операции над множествами. Декартово произведение множеств.

1. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия : учеб. пособие / Кострикин Алексей Иванович, Ю. И. Манин. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 304 с. С.7-13 чтение теории

Тема 2.2. Матрицы. Операции над матрицами и их свойства.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.112-113 решение задач.
2. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия : учеб. пособие / Кострикин Алексей Иванович, Ю. И. Манин. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 304 с. С.27-28 чтение теории

Тема 2.3. Приведение матрицы элементарными преобразованиями строк к ступенчатому виду.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.122-127 решение задач.
2. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. параграф 1.7 чтение теории.

Тема 2.4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.99-100 решение задач.
2. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. параграф 2.8 чтение теории.

Тема 2.5. Элементарные матрицы и элементарные преобразования строк и столбцов.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.99-100 решение задач.
2. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. параграф 1.7 чтение теории.

Тема 2.6. Связь между решениями системы линейных уравнений и соответствующей однородной системы линейных уравнений

1. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 2 чтение теории.

Тема 2.7. Общий анализ решений систем линейных уравнений.

1. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 2 чтение теории.
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.99-100 решение задач.

Тема 2.8. Векторное пространство. Подпространство. Базис пространства. Размерность пространства. Разложение по базису.

1. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 3 чтение теории.
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.96 решение задач.

Тема 2.9. Линейная зависимость и независимость векторов. Простейшие свойства.

1. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 3 чтение теории.
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.93-97 решение задач.

Тема 2.10. Линейная зависимость строк (столбцов) матрицы. Ранг матрицы и максимальное число линейно независимых строк (столбцов).

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.109-110 решение задач.
2. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия : учеб. пособие / Кострикин Алексей Иванович, Ю. И. Манин. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 304 с. С.7-13 чтение теории

Тема 2.11. Ранг матрицы. Вычисление ранга при помощи элементарных преобразований.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.109-110 решение задач.
2. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия : учеб. пособие / Кострикин Алексей Иванович, Ю. И. Манин. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 304 с. С.7-13 чтение теории

Тема 2.12. Анализ решений систем линейных уравнений на языке рангов. Теорема Кронекера-Капелли.

1. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 2 чтение теории.

Тема 2.13. Фундаментальная система решений однородной системы и ее нахождение.

1. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 2 чтение теории.
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.103-104 решение задач.

Тема 2.14. Подстановки. Перестановки. Понятие группы. Симметрическая группа. Знакопеременная группа.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.18-23. Решение задач.
2. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 1 чтение теории.

Тема 2.15. Определение определителя и его основные свойства.
Тема 2.16. Алгоритм Гаусса нахождения определителя.
Тема 2.17. Определитель треугольной матрицы. Определитель полураспавшейся матрицы.
Тема 2.18. Разложение определителя по строкам и столбцам. Теорема о фальшивом разложении.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.9-31. Решение задач.
2. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 1 чтение теории.

Тема 2.19. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы. Формула обратной матрицы.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.116-117 решение задач.
2. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 1 чтение теории.

Тема 2.20. Определитель Вандермонда.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.11 решение задач.
2. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 1 чтение теории.

Тема 2.21. Ранг произведения матриц.

1. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 1 чтение теории.

Тема 2.22. Формулы Крамера решения СЛУ.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.82 решение задач.
2. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 2 чтение теории.

Тема 2.23. Вычисление обратной матрицы при помощи элементарных преобразований.

Тема 2.24. Определитель произведения матриц.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.116-117 решение задач.
   Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 1 чтение теории

Тема 2.25. Определение группы, кольца, поля, свойства. Примеры групп, колец, полей.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.261-277 решение задач.
2. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия : учеб. пособие / Кострикин Алексей Иванович, Ю. И. Манин. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 304 с. С.27-28 чтение теории

Тема 2.26. Кольцо вычетов.

1. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С.261-279 решение задач.
2. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия : учеб. пособие / Кострикин Алексей Иванович, Ю. И. Манин. - 4-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 304 с. С.27-28 чтение теории

Тема 2.27. Поле комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Теорема Муавра.
Тема 2.28. Теорема Лагранжа. Интерполяционная формула Лагранжа.
Тема 2.29. Корень из комплексного числа. Группа корней из 1.

1. Лебедева Е.А., Практические занятия по линейной алгебре и аналитической геометрии : учеб.-метод. пособие / Лебедева Е.А. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2013. - 130 с. занятие 1.

Тема 2.30. Кольцо многочленов. Степень многочлена, существование и единственность деления с остатком.
Тема 2.31. Теорема Безу. Схема Горнера.
Тема 2.32. НОД и его свойства, алгоритм Евклида.
Тема 2.33. Факториальность кольца многочленов и кольца целых чисел.
Тема 2.34. Неприводимые многочлены над полем действительных и комплексных чисел.
Тема 2.35. Разложение многочлена по степеням линейного двучлена.
Тема 2.36. Рациональные функции. Выделение целой части. Представление правильных дробей в виде суммы простейших.

Мищенко С.П. Задачи и алгоритмы алгебры : учеб. пособие. Ч. 2 / Мищенко Сергей Петрович, И. Ю. Свиридова. - Ульяновск : УлГУ, 2000. - 106 с. – URL: http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/1109/mishenko.pd4 С. 4–21 чтение теории, решение задач.

Тема 3.1. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве.

Тема 3.2. Сферические координаты в пространстве. Цилиндрические координаты в пространстве.
Тема 3.3. Деление отрезка в данном отношении. Координаты центра масс. Барицентрические координаты на плоскости.
Тема 3.4. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости, параллельный перенос, матрица поворота.

С темами можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Самойлов Л.М., Фролова Ю.Ю., Скорая Т.В. Решение задач по аналитической геометрии на плоскости. Учебно-методическое пособие по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Ульяновск, 2015. С 3-10 чтение теории
2. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Клетеник Давид Викторович; под ред. Н. В. Ефимова. - 12-е изд., стер. - Москва : Наука, 1975. - 240 с. С. 6-26 решение задач

Тема 3.5. Скалярное произведение векторов, свойства. Вычисление скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Вычисление длин векторов и углов между ними через координаты векторов.
Тема 3.6. Векторное произведение векторов и его свойства. Вычисление векторного произведения через координаты.
Тема 3.7. Смешанное произведение векторов и его свойства. Вычисление смешанного произведения через координаты.

1. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 3 чтение теории
2. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Клетеник Давид Викторович; под ред. Н. В. Ефимова. - 12-е изд., стер. - Москва : Наука, 1975. - 240 с. С. 116-134 решение задач

Тема 3.8. Задание прямой на плоскости. Общее уравнение прямой. Неполные уравнения прямой. Уравнение прямой в отрезках.
Тема 3.9. Каноническое уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой. Прямая с угловым коэффициентом. Нормированное уравнение прямой. Отклонение точки от прямой. Условия, при которых данная прямая пересекает данный отрезок.
Тема 3.10. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Нахождение биссектрис углов, образованных данными прямыми. Условие пересечения трех прямых в одной точке.

С темами можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Фролова Ю.Ю., Скорая Т.В. Задачи и алгоритмы линейной алгебры. Учебно-методическое пособие по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Ульяновск, 2013. - URL: ftp://10.2.96.134/Text/frolova.pdf с. 33, 35, 39 решение задач
2. Самойлов Л.М., Фролова Ю.Ю., Скорая Т.В. Решение задач по аналитической геометрии на плоскости. Учебно-методическое пособие по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Ульяновск, 2015. С 23-50 чтение теории
3. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Клетеник Давид Викторович; под ред. Н. В. Ефимова. - 12-е изд., стер. - Москва : Наука, 1975. - 240 с. С 35-58, 141-165 решение задач

4. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 4 чтение теории

Тема 3.11. Задание плоскости в пространстве. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Нормированное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости.
Тема 3.12. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой.
Тема 3.15. Задание плоскости в пространстве. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три различные точки, не лежащие на одной прямой.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Фролова Ю.Ю., Скорая Т.В. Задачи и алгоритмы линейной алгебры. Учебно-методическое пособие по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Ульяновск, 2013. - URL: ftp://10.2.96.134/Text/frolova.pdf с. 33, 31 решение задач
2. Самойлов Л.М., Фролова Ю.Ю., Скорая Т.В. Решение задач по аналитической геометрии на плоскости. Учебно-методическое пособие по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Ульяновск, 2015. С 11-22 чтение теории
3. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Клетеник Давид Викторович; под ред. Н. В. Ефимова. - 12-е изд., стер. - Москва : Наука, 1975. - 240 с. С 116-132 решение задач

Тема 3.13. Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы, свойства эллипса, гиперболы и параболы.
Тема 3.14. Директрисы и фокусы эллипса, гиперболы и параболы. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Фролова Ю.Ю., Скорая Т.В. Задачи и алгоритмы линейной алгебры. Учебно-методическое пособие по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Ульяновск, 2013. - URL^ ftp://10.2.96.134/Text/frolova.pdf с. 37 решение задач
2. Мищенко, С. П. Кривые второго порядка : учеб.-метод. пособие / С. П. Мищенко, Л. М. Самойлов, Ю. Ю. Фролова ; УлГУ, ФМИиАТ. - Ульяновск : УлГУ, 2016.
3. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Клетеник Давид Викторович; под ред. Н. В. Ефимова. - 12-е изд., стер. - Москва : Наука, 1975. - 240 с. С 58-89 решение задач

Тема 3.16. Билинейные и квадратичные формы и функции. Билинейные формы и функции. Симметричные и кососимметричные билинейные формы. Квадратичные формы и функции. Алгоритм Лагранжа для приведения квадратичной формы к диагональному виду. Закон инерции вещественных квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные функции. Критерий Сильвестра.
Тема 3.17. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Модуль вектора,

расстояние и косинус угла между векторами. Линейная независимость ортогональных систем. Скалярное произведение в ортонормированном базисе. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

1. Мищенко С.П. Задачи и алгоритмы алгебры : учеб. пособие. Ч. 2 / Мищенко Сергей Петрович, И. Ю. Свиридова. - Ульяновск : УлГУ, 2000. - 106 с. – URL: http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/1109/mishenko.pd4 С. 4–21 чтение теории, решение задач.

Тема 3.18. Канонические уравнения и свойства поверхностей 2-го порядка в трехмерном пространстве.

2. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие / Клетеник Давид Викторович; под ред. Н. В. Ефимова. - 12-е изд., стер. - Москва : Наука, 1975. - 240 с. С 141-147 решение задач
3. Геворкян П.С, Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Геворкян П.С - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. глава 5-6 чтение теории

Задачи для самостоятельной работы с ответами и образцами решений

Задание 1. Решить матричное уравнение A*X=B.

1. A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.
2. A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.
3. A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
4. A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
5. A=$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.
6. A=$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.
7. A=$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
8. A=$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
9. A=$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.
10. A=$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.
11. A=$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
12. A=$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
13. A=$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.
14. A=$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.
15. A=$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
16. A=$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
17. A=$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$.
18. A=$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.
19. A=$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
20. A=$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант примерного решения

Задание: Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение.

Так как $\det\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 6 \neq 0$, то уравнение имеет единственное решение $X = A^{-1} * B$.

Находим $A^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ и $X = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответ: $X = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Ответы к заданию 1

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. 2. $\begin{pmatrix} 2/3 & 1 \\ 7/3 & 2 \end{pmatrix}$. 3. $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ -1/3 & -1/3 \end{pmatrix}$. 4. $\begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 10/3 & -1/3 \end{pmatrix}$.

5. $\begin{pmatrix} 1/4 & 1/2 \\ 9/8 & 9/4 \end{pmatrix}$. 6. $\begin{pmatrix} 3/4 & 3/4 \\ -1/8 & 3/8 \end{pmatrix}$. 7. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$. 8. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

9. $\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 13 & 26 \end{pmatrix}$. 10. $\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$. 11. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. 12. $\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

13. $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$. 14. $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. 15. $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$. 16. $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

17. $\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 7 & 14 \end{pmatrix}$. 18. $\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 14 & 15 \end{pmatrix}$. 19. $\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. 20. $\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 18 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 2. Решить систему линейных уравнений A*x=b.

1. A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix}$.

2. A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

3. A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$.

4. A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$.

5. A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix}$.

6. A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

7. A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

8. A=$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 2 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix}$.

9. A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

10. A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

11. A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

12. A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

13. A=$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 3 & -1 & 2\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix}-1\\ 4\\ 3\end{pmatrix}$.

14. A=$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 3 & -1 & 2\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix}0\\ 7\\ 5\end{pmatrix}$.

15. A=$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 3 & -1 & 2\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix}-2\\ 6\\ 4\end{pmatrix}$.

16. A=$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 3 & -1 & 2\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix}-3\\ 7\\ 5\end{pmatrix}$.

17. A=$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix}2\\ 0\\ 3\end{pmatrix}$.

18. A=$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix}-1\\ 5\\ 5\end{pmatrix}$.

19. A=$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix}0\\ 5\\ 7\end{pmatrix}$.

20. A=$\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 1 & 1 & 2\\ 3 & 0 & 1\end{pmatrix}$, b=$\begin{pmatrix}-1\\ 8\\ 9\end{pmatrix}$.

Вариант примерного решения

Задание: Решить систему уравнений $\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 3 & -1 & 2\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}x=\begin{pmatrix}0\\ 5\\ 3\end{pmatrix}$.

Решение.

Так как $\det\begin{pmatrix}1 & -1 & -1\\ 3 & -1 & 2\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}=-4\neq 0$, то система уравнений имеет единственное решение, которое может быть найдено по формулам Крамера: $x_i=\frac{\Delta_i}{\Delta},\ i=1,2,3.$ Где Δ это определитель матрицы коэффициентов *A*, Δ_i - определитель матрицы, полученной из матрицы *A* заменой i-го столбца столбцом свободных членов *b*. Находим $x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}0 & -1 & -1\\ 5 & -1 & 2\\ 3 & 0 & 1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & -1 & -1\\ 3 & -1 & 2\\ 2 & 0 & 1\end{vmatrix}}=\frac{-4}{-4}=1$. Аналогично $x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{0}{-4}=0$, $x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{-4}{-4}=1$.

Ответ: $x=(1,\ 0,\ 1)$.

Замечание. Можно решить СЛУ и методом Гаусса.

Ответы к заданию 2

1. $(2,1,1)$. 2. $(0,1,1)$. 3. $(1,1,1)$. 4. $(1,0,1)$. 5. $(2,0,1)$. 6. $(1,1,0)$.
7. $(0,1,2)$. 8. $(1,2,3)$. 9. $(1,1,1)$. 10. $(2,1,0)$. 11. $(0,1,2)$.
12. $(2,2,1)$. 13. $(1,1,1)$. 14. $(2,1,1)$. 15. $(1,1,2)$. 16. $(1,1,3)$. 17. $(1,-1,0)$.
18. $(1,0,2)$. 19. $(2,1,1)$. 20. $(2,0,3)$.

Задание 3. Решить сравнение первой степени *ax ≡ b (mod m)*

1) *37x ≡ 16 (mod 11)*
2) *39x ≡ 5 (mod 11)*

3) $39x \equiv 19 \ (mod\ 53)$
4) $12x \equiv 15 \ (mod\ 35)$
5) $21x \equiv 10 \ (mod\ 25)$
6) $15x \equiv 7 \ (mod\ 16)$
7) $8x \equiv 17 \ (mod\ 23)$
8) $14x \equiv 9 \ (mod\ 37)$
9) $19x \equiv 4 \ (mod\ 25)$
10) $2x \equiv 13 \ (mod\ 15)$

Вариант примерного решения

Задание: Решить сравнение первой степени $127x \equiv 13 \ (mod\ 257)$

Решение. Найдем по алгоритму Евклида наибольший общий делитель (127, 257): (проведем цепочку делений с остатком…)
257=127*2+3
127=3*42+<u>1</u>
3=<u>1</u>*3+0
Последний ненулевой остаток равен 1, значит наибольший общий делитель (127,257)=1. Также из алгоритма Евклида следует линейное представление $(a, m)=ax_0+my_0$. В нашем случае (127,257)=1=**127**-**3***42=**127**-(**257**-**127***2)*42=127*<u>85</u>+257*(-42). Тогда поскольку $(a, m)=1$, то сравнение имеет единственное решение $x = b*x_0=13*\underline{85}=1105\equiv 77 \ (mod\ 257)$.
Ответ: $x \equiv 77 \ (mod\ 257)$
Замечание. В общем случае надо получать линейное представление из алгоритма Евклида. Когда *m* не велико сравнение можно решить перебором (x=0,1,2…m-1) или используя свойства сравнений. Например,
решим $5x \equiv 7 \ (mod\ 8)$, подставим (x=0,1,2…7) в сравнение, найдем $x \equiv 3 \ (mod\ 8)$. Второй способ: решим сравнение $5x \equiv 7 \ (mod\ 8)$,
прибавим к правой части 8
$5x \equiv 7+8 \ (mod\ 8)$, $5x \equiv 15 \ (mod\ 8)$,
можем обе части сравнения поделить на 5, так как 5 и 8 взаимно просты, получим $x \equiv 3 \ (mod\ 8)$.

Ответы к заданию 3

1. $x \equiv 4 \ (mod\ 11)$
2. $x \equiv 10 \ (mod\ 11)$
3. $x \equiv 10 \ (mod\ 53)$
4. $x \equiv 10 \ (mod\ 35)$
5. $x \equiv 10 \ (mod\ 25)$
6. $x \equiv 9 \ (mod\ 16)$
7. $x \equiv 5 \ (mod\ 23)$
8. $x \equiv 35 \ (mod\ 37)$

9. $x \equiv 16 \ (mod\ 25)$
10. $x \equiv 14 \ (mod\ 15)$

Задание 4. Применить алгоритм Евклида к отысканию наибольшего общего делителя (A,B) целых чисел A и B.

1. A=221, B=136.
2. A=209, B=247.
3. A=323, B=136.
4. A=273, B=287.
5. A=217, B=287.
6. A=319, B=451.
7. A=299, B=533.
8. A=123, B=87.
9. A=589, B=217.
10. A=276, B=161.

Вариант примерного решения

Задание: Найти (525, 231).

Решение. Находим (вспомогательные вычисления приведены слева) по алгоритму Евклида. Ниже приводится запись деления уголком, и каждый раз то, что было в уголке, т.е. делитель, приписывается к остатку от деления с левой стороны, а остаток, как новый делитель, берется в уголок (запись того же самого в виде цепочки равенств – справа).

			25	31	$525=231\cdot 2+63$
			62		
		31	3		$231=63\cdot 3+42$
		89			
	3	2			$63=42\cdot 1+\underline{21}$
	2				
2	1				$42=\underline{21}\cdot 2+0$
2					

Здесь последний положительный остаток равен 21. Значит, (525, 231) = 21.

Ответ: 21.

Ответы к заданию 4

1) 17; 2) 19; 3) 17; 4) 7; 5) 7; 6) 11; 7) 13; 8) 3; 9) 31; 10) 23.

Задание 5. Разложить правильную рациональную дробь (дробно-рациональную функцию) $\frac{x-a}{(x-b)\cdot(x-c)}$ на сумму простейших.

1. a=0; b=1; c=2.
2. a=1; b=-1; c=2.
3. a=0; b=1; c=-1.
4. a=2; b=0; c=-1.
5. a=3; b=1; c=-1.
6. a=-1; b=0; c=1.
7. a=5; b=0; c=-1.
8. a=3; b=1; c=4.
9. a=5; b=2; c=1.
10. a=-2; b=0; c=-1.

Вариант примерного решения

Задание: Разложить правильную рациональную дробь (дробно-рациональную функцию) $\frac{x-1}{(x-2)\cdot(x-3)}$ на сумму простейших.

Решение. $\frac{x-1}{(x-2)\cdot(x-3)}=\frac{A}{(x-2)}+\frac{B}{(x-3)}$. Найдем A и B. Приведем к общему знаменателю:

$\frac{A}{(x-2)}+\frac{B}{(x-3)}=\frac{(x-3)A+(x-2)B}{(x-2)\cdot(x-3)}=\frac{x(A+B)-(3A+2B)}{(x-2)\cdot(x-3)}$. Приравнивая коэффициенты при x и свободные члены в числителях дробей $\frac{x-1}{(x-2)\cdot(x-3)}$ и $\frac{x(A+B)-(3A+2B)}{(x-2)\cdot(x-3)}$, получим СЛУ:

$\begin{cases} A+B=1 \\ 3A+2B=1 \end{cases}$. Решая СЛУ, найдем $A=-1$, $B=2$.

Ответ: $\frac{x-1}{(x-2)\cdot(x-3)}=\frac{-1}{(x-2)}+\frac{2}{(x-3)}$.

Ответы к заданию 5

1) $\frac{x}{(x-1)\cdot(x-2)}=\frac{1}{(x-1)}+\frac{-2}{(x-2)}$.

2) $\frac{x-1}{(x+1)\cdot(x-2)}=\frac{1/3}{(x+1)}+\frac{2/3}{(x-2)}$.

3) $\frac{x}{(x-1)\cdot(x+1)}=\frac{1/2}{(x-1)}+\frac{1/2}{(x+1)}$.

4) $\frac{x-2}{x\cdot(x+1)}=\frac{-2}{x}+\frac{3}{(x+1)}$.

5) $\frac{x-3}{(x-1)\cdot(x+1)}=\frac{-1}{(x-1)}+\frac{2}{(x+1)}$.

6) $\frac{x+1}{x\cdot(x-1)}=\frac{-1}{x}+\frac{2}{(x-1)}$.

7) $\frac{x-5}{x\cdot(x+1)}=\frac{-5}{x}+\frac{6}{(x+1)}$.

8) $\frac{x-3}{(x-1)\cdot(x-4)}=\frac{2/3}{(x-1)}+\frac{1/3}{(x-4)}$;

9) $\frac{x-5}{(x-2)\cdot(x-1)}=\frac{-3}{(x-2)}+\frac{4}{(x-1)}$.

10) $\frac{x+2}{x\cdot(x+1)}=\frac{2}{x}+\frac{-1}{(x+1)}$.

Задание 6. Разложить многочлен *P(x)* по степеням линейного *(x-c)* .

1. $P(x)=x^3+x^2-x+1$; c=2.
2. $P(x)=x^3+x^2-2x+3$; c=2.
3. $P(x)=x^3+x^2-2x+3$; c=1.
4. $P(x)=x^3+x^2-2x$; c=3.
5. $P(x)=x^3+3x^2-x+3$; c=1.
6. $P(x)=x^3+2x^2-2x+3$; c=1.
7. $P(x)=x^3+3x^2+x+1$; c=1.
8. $P(x)=x^3+4x^2-3x+3$; c=1.
9. $P(x)=x^3-3x^2+2$; c=1.
10. $P(x)=x^3-x+3$; c=1.

Вариант примерного решения

Задание: Разложить многочлен $P(x)=x^3+2x^2-3x+1$ по степеням линейного *(x-2)*.

Решение. $P(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0=(b_2x^2+b_1x+b_0)(x-c)+r$. По схеме Горнера.

Шаг 1.

Первая строка - это коэффициенты при степенях *x многочлена P(x)*.

	$1=a_3$	$2=a_2$	$-3=a_1$	$1=a_0$
c=2	b_2	b_1	b_0	r

Шаг 2.

Последовательно вычисляем.

Число $b_2=a_3$. Число $b_1=a_2+c\,b_2$. Число $b_0=a_1+c\,b_1$. Число $r=a_0+c\,b_0$.

	$1=a_3$	$2=a_2$	$-3=a_1$	$1=a_0$
c=2	$1=b_2$	$b_1=2+2*1=4$	$b_0=-3+2*4=5$	$r=1+2*5=11$

Тогда $P(x)=(b_2x^2+b_1x+b_0)(x-c)+r=(1x^2+4x+5)(x-2)+11$.

Ответ: $P(x)=(x^2+4x+5)(x-2)+11$.

Ответы к заданию 6

1) $P(x)=(x^2+3x+5)(x-2)+11$.
2) $P(x)=(x^2+3x+4)(x-2)+11$.
3) $P(x)=(x^2+2x)(x-1)+3$.
4) $P(x)=(x^2+4x+10)(x-3)+30$.
5) $P(x)=(x^2+4x+3)(x-1)+6$.
6) $P(x)=(x^2+3x+1)(x-1)+4$.
7) $P(x)=(x^2+4x+5)(x-1)+6$
8) $P(x)=(x^2+5x+2)(x-1)+5$
9) $P(x)=(x^2-2x-2)(x-1)$
10) $P(x)=(x^2+x)(x-1)+3$

Задание 7. С помощью формулы Муавра найти значение k-ой степени комплексного числа z.

1) $z=i-1;k=40$
2) $z=i+1;k=60$
3) $z=-i+1;k=100$
4) $z=-i-1;k=60$
5) $z=i+\sqrt{3};k=60$
6) $z=\sqrt{3}\,i+1;k=90$
7) $z=-\sqrt{3}\,i-1;k=30$
8) $z=i+1;k=42$
9) $z=i+\sqrt{3};k=63$
10) $z=i-1;k=43$

Вариант примерного решения

Задание: С помощью формулы Муавра найти значение k-ой степени комплексного числа z, где $k=100$; $z=i+1$.

Решение. Представим число $z=i+1$ в тригонометрической форме:

$z=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$, где если $z=a+bi$, то $r=\sqrt{a^2+b^2}$, $\cos\varphi=a/r$, $\sin\varphi=b/r$ и аргумент φ определяется с точностью до 2π. В нашем случае $r=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$, $\cos\varphi=a/r=1/\sqrt{2}$, $\sin\varphi=b/r=1/\sqrt{2}$ и $\varphi=\pi/4$.

Тогда по формуле Муавра $z^k=r^k(\cos(k*\varphi)+i*\sin(k*\varphi))$ находим:

$(i+1)^{100} = \left(\sqrt{2}\right)^{100}(\cos 100\pi/4 + i\sin 100\pi/4) = 2^{50}(\cos 25\pi + i\sin 25\pi) =$
$2^{50}(\cos\pi + i\sin\pi) = 2^{50}(-1+i*0) = -2^{50}$.
Ответ: -2^{50}.

Ответы к заданию 7

1) 2^{20}
2) -2^{30}
3) -2^{50}
4) -2^{30}
5) 2^{60}
6) 2^{90}
7) 2^{30}
8) $i2^{21}$
9) $i2^{63}$
10) $2^{21}(1+i)$

Тест по аналитической геометрии для самопроверки

<u>Векторная алгебра</u>

1. Три вектора называются компланарными

◉ Если они пересекаются в одной точке

○ Если существует плоскость, которой они перпендикулярны, будучи приведенными к общему началу

○ Если их длины равны между собой

○ Если существует плоскость, которой они параллельны, будучи приведенными к общему началу.

2. Два вектора коллинеарны

◉ Если они принадлежат одной плоскости

○ Если они лежат на одной или параллельных прямых

○ Если они компланарны.

○ Тогда и только тогда когда один из векторов нулевой

3. Два вектора равны

◉ если они коллинеарны

○ если они противонаправлены и имеют одинаковую длину

○ если они сонаправлены и имеют одинаковую длину

○ если они сонаправлены

4. Линейными операциями над векторами называются:

◉ сложение векторов и умножение вектора на число

○ приведение векторов к общему началу

○ умножение и деление вектора на число

○ вычисление длины вектора

5. Что можно сказать о сумме векторов AB+BC+CA

◉ равна нулевому вектору

○ равна вектору AC

- нельзя вычислить
- равна 2·AB

6. Чему равна сумма векторов AB+(−BA)

- нулевому вектору
- 2·AB
- 2·BA
- −2·AB

7. Если вектор ***a***=α·***b***,где α≠1, то вектора ***a*** и ***b***

- противоположны
- ортогональны
- коллинеарные
- имеют одинаковую длину

8. Если только тривиальная линейная комбинация векторов равна нулю, то вектора

- линейно зависимы
- линейно независимы
- компланарны
- лежат в одной плоскости

9. Если один из векторов системы является линейной комбинацией остальных, то такая система

- тривиальна
- линейно зависимая
- линейно независимая
- не существует

10. Если система векторов включает нулевой вектор, то она

- Полностью состоит из нулевых векторов
- Линейно зависима

- Состоит только из нулевого вектора
- Линейно независима

11. Если система векторов содержит линейно зависимую подсистему, то такая система векторов является

- Линейно зависимой
- Частично зависимой
- Линейно независимой
- Нетривиальной

12. Если система векторов линейно независима, то подсистема данной системы

- линейно зависима
- может быть как линейно зависимой, так и линейно независимой
- линейно независима
- частично зависима

13. Два вектора Линейно Зависимы тогда и только тогда, когда

- Они компланарны
- Имеют одинаковую длину
- Их линейная комбинация равна 0
- Они коллинеарны

14. Если координаты двух векторов в некотором базисе пропорциональны, то такие вектора

- образуют базис векторного пространства
- коллинеарны
- имеют одинаковую длину
- линейно независимы

15. В ортонормированном базисе

- не определенна операция сложения
- все вектора образующие базис перпендикулярны и имеют единичную длину
- всякая система векторов линейно независима
- все вектора образующие базис параллельны и имеют единичную длину.

16. Вычислить проекцию вектора ***a*** на вектор ***b***, если ***a*** = {0;2;4} и ***b*** = {1;–2;–2}

- 4
- 2
- –4
- –2

17. Найти косинус угла между векторами ***a*** = {3;4;0} и ***b*** = {4;4;2}. Ответ дать в виде 0.xx

18. Векторным произведением векторов и называется:

- |***a***|·|***b***|·***cos(ab)***
- вектор ***c***, длина и направление которого определяются следующими условиями:
|***c***|=|***a***|·|***b***|·***cos(ab)***
c⊥a,c⊥b
- вектор ***c***, длина и направление которого определяются следующими условиями:
|***c***|=|***a***|·|***b***|·***sin(ab)***
c⊥a,c⊥b
a,b,c - правая тройка (если векторы ***a,b,c*** не коллинеарны).
- вектор ***c***, который определяется следующими условиями:
c⊥a,c⊥b
a,b,c - правая тройка (если векторы ***a,b,c*** не коллинеарны)

19. Геометрический смысл векторного произведения двух векторов:

- Длина векторного произведения векторов ***a*** и ***b*** равна площади параллелограмма, построенного на этих векторах

- Длина векторного произведения векторов ***a*** и ***b*** равна объему параллелепипеда, построенного на этих векторах
- Если к точке A приложена сила F, то момент этой силы относительно точки O равен MO(F)=[OA,F]
- Если к точке A приложена сила F, то момент этой силы относительно точки A равен MO(F)=[OA,F]

20.Если вектора ***i,j,k*** образуют ортонормированный правый базис, то

- $[\boldsymbol{i},\boldsymbol{j}]=-\boldsymbol{k}$
- $[\boldsymbol{i},\boldsymbol{j}]=\boldsymbol{k}$
- $[-\boldsymbol{i},\boldsymbol{j}]=\boldsymbol{k}$
- $[\boldsymbol{j},\boldsymbol{i}]=\boldsymbol{k}$

21.Известно, что $[\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}]=\boldsymbol{a},[\boldsymbol{c},\boldsymbol{a}]=\boldsymbol{b},[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]=\boldsymbol{c}$, тогда верно утверждение:

- один из векторов нулевой
- векторы параллельны
- векторы образуют равные углы
- либо все векторы нулевые, либо они образуют ортонормированный базис, при этом тройка векторов является правой

22.Смешанным произведением трех векторов называется

- вектор ***c***, длина и направление которого определяются следующими условиями:
  $|\boldsymbol{c}|=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cdot\cos(\boldsymbol{ab})$
  $\boldsymbol{c}\perp\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\perp\boldsymbol{b}$
  a,b,c - правая тройка (если векторы ***a,b,c*** не коллинеарны)
- число, равное скалярному произведению векторного произведения первых двух векторов на третий вектор
- действительное число, равное произведению длин векторов на косинус угла между ними
- произведение трех векторов равно сумме попарных произведений их соответствующих координат

23.Геометрический смысл смешанного произведения трех векторов

◉ Модуль смешанного произведения векторов ***a,b,c*** равно объему параллелепипеда, построенного на этих векторах. Смешанное произведение положительно, если тройка векторов – правая, и отрицательно, если эта тройка – левая

○ Смешанное произведение векторов равно объему параллелепипеда, построенного на этих векторах

○ Смешанное произведение векторов, взятое со знаком минус, равно объему параллелепипеда, построенного на этих векторах

○ Модуль смешанного произведения векторов ***a,b,c*** равно объему параллелепипеда, построенного на этих векторах. Смешанное произведение положительно, если тройка векторов – левая, и отрицательно, если эта тройка – правая

24. Для того, чтобы три вектора были компланарными, необходимо и достаточно,

◉ чтобы их скалярное произведение было равно нулю

○ чтобы векторы были попарно ортогональны друг другу

○ чтобы их смешанное произведение было равно нулю

○ векторы были коллинеарны

25. Три вектора компланарны тогда и только тогда,

◉ когда определитель, строками которого являются координаты этих векторов в ортонормированном базисе, равен нулю

○ когда определитель, строками которого являются координаты этих векторов в ортонормированном базисе, больше нуля

○ когда определитель, строками которого являются координаты этих векторов в ортонормированном базисе, меньше нуля

○ когда определитель, строками которого являются координаты этих векторов в ортонормированном базисе, неотрицателен

Прямые и плоскости

26. Аффинной (декартовой) системой координат в трехмерном пространстве называется

◉ совокупность некоторой точки О и прямой *l*

○ совокупность некоторой точки О и произвольного базиса $\boldsymbol{e_1},\boldsymbol{e_2},\boldsymbol{e_3}$.

- совокупность трех линейно независимых векторов
- совокупность четырех любых векторов

27. Прямоугольной декартовой системой координат называется

- совокупность трех ортонормированных векторов
- совокупность некоторой точки и некоторой плоскости
- совокупность любых четырех нормированных векторов
- аффинная система координат, базис которой является ортонормированным

28. Радиус-вектором точки называется

- любой ненулевой вектор.
- любой ортонормированный вектор.
- вектор, соединяющий начало координат с этой точкой.
- любой вектор, проходящий через данную точку.

29. Общим уравнением прямой на плоскости называется уравнение вида

- $A(x-x0)+B(y-y0)=0,(A^2+B^2\neq 0)$
- $Ax+By+C=0,\ A^2+B^2\neq 0$
- $y=kx+b$
- $xa+yb=1$

30. Уравнением прямой в отрезках на плоскости называется уравнение вида

- $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0,(A^2+B^2\neq 0)$
- $Ax+By+C=0$
- $y=kx+b$
- $x/a+y/b=1$

31. Пусть прямые заданы своими общими уравнениями, тогда условие параллельности прямых имеют вид

- $A_1/A_2=B_1/B_2$
- $A_1/B_2=-B_1/A_2$
- $A_1A_2+B_1B_2=0$
- $A_1A_2-B_1B_2=0$

32. Пусть прямые заданы своими общими уравнениями, тогда условие перпендикулярности прямых имеет вид

- $A_1/A_2=B_1/B_2$
- $B_1/B_2=-A_1/A_2$
- $A_1A_2+B_1B_2=0$
- $A_1A_2-B_1B_2=0$

33. При каких а прямые $ax-4y-6=0$ и $x-ay-3=0$ параллельны и не совпадают

- $a=6$
- $a=-2$
- $a=0$
- не существует такого числа а

34. При каких а прямые $ax-4y-6=0$ и $x-ay-3=0$ пересекаются, но не совпадают

- $a=6$
- $a=2$
- $a\neq\pm2$
- не существует такого числа а

35. При каких а прямые $ax-4y-6=0$ и $x-ay-3=0$ совпадают

- $a=6$
- $a=2$
- $a\neq\pm2$
- а любое

36. Общим уравнением плоскости в пространстве называется уравнение вида

- $Ax+By+Cz+D=0$
- $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$
- $|x-x_1 y-y_1 z-z_1 x-x_2 y-y_2 z-z_2 x-x_3 y-y_3 z-z_3|=0$
- $xa+yb+zc=1$

37. Если плоскости $\pi_1: A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и $\pi_2: A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ параллельны, то верно соотношение

- $A_1/A_2=B_1/B_2=D_1/D_2$
- $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$
- $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=1$
- $A_1A_2=B_1B_2=C_1C_2=1$

38. Если плоскости $\pi_1: A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ и $\pi_2: A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ перпендикулярны, то верно соотношение

- $A_1A_2=B_1B_2=C_1C_2=1$
- $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$
- $A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=1$
- $A_1/A_2=B_1/B_2=D_1/D_2=1$

39. Если плоскости перпендикулярны, то их нормальные векторы

- параллельны
- пересекаются
- ортогональны
- совпадают

40. Если плоскости параллельны, то их нормальные векторы

- коллинеарны
- пересекаются
- ортогональны
- совпадают

41. Связкой плоскостей называют

- совокупность плоскостей, проходящих через одну точку
- совокупность плоскостей, проходящих через одну прямую
- совокупность плоскостей, проходящих через одну плоскость
- совокупность плоскостей, проходящих через две точки

42. Пучком плоскостей называется

- совокупность всех плоскостей, проходящих через одну и ту же прямую
- совокупность плоскостей, проходящих через одну плоскость
- совокупность плоскостей, проходящих через одну точки
- совокупность совпадающих плоскостей

43. Две прямые, заданы в пространстве своими каноническими уравнениями

l_1: $(x-x_1)/a_1=(y-y_1)/b_1=(z-z_1)/c_1$ и l_2:$(x-x_2)/a_2=(y-y_2)/b_2=(z-z_2)/c_2$. Условие параллельности этих прямых имеет вид

- $a_1/a_2+b_1/b_2+c_1/c_2=0$
- $a_1/a_2=b_1/b_2=c_1/c_2$
- $a_1/a_2+b_1/b_2+c_1/c_2=1$
- $a_1/a_2=b_1/b_2=c_1/c_2=0$

Кривые и поверхности второго порядка

44. Эллипсом называется

- геометрическое место точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек, называемых фокусами, является постоянной величиной
- геометрическое место точек плоскости, для которых абсолютная величина разности расстояний до двух данных точек, называемых фокусами, является постоянной величиной
- геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от заданной точки, называемой фокусом параболы и заданной прямой этой плоскости, называемой директрисой
- ни одно из определений не является верным

45. Каноническим уравнением эллипса называется уравнение вида

- $x^2/a^2-y^2/b^2=1$
- $-x^2/a^2+y^2/b^2=1$
- $y^2=2px$
- $x^2/a^2+y^2/b^2=1$

46. Гиперболой называется

- геометрическое место точек плоскости, для которых сумма расстояний до двух данных точек, называемых фокусами, является постоянной величиной
- геометрическое место точек плоскости, для которых абсолютная величина разности расстояний до двух данных точек, называемых фокусами, является постоянной величиной
- геометрическое место точек плоскости, равноудаленных от заданной точки, называемой фокусом параболы и заданной прямой этой плоскости, называемой директрисой.
- ни одно из определений не является верным

47. Эксцентриситет гиперболы

- строго меньше 1
- меньше 0
- равен 1
- строго больше 1

48. Уравнение директрисы параболы в канонической системе координат имеет вид

- $x=p$
- $x=y$
- $x=-p/2$
- $x=0$

49. Уравнения асимптот гиперболы в канонической системе координат имеют вид

- $y=\pm xb/a$
- $y=0$
- $x=0$
- $y=\pm b/a$

50.Кривая $6x^2+6y^2+6x-2y-1=0$ является кривой

- Эллиптического типа
- Гиперболического типа
- Параболического типа
- Смешанного типа

51.Уравнение $x^2-y^2=0$ задает

- эллипс
- пару параллельных прямых
- пару пересекающихся прямых
- точку

52.Поверхность, определяемая каноническим уравнением $x^2/a^2+y^2/b^2+z^2/c^2=1$ называется

- Однополостный гиперболоид
- Эллипсоид
- Параболический гиперболоид
- Двуполостный параболоид

53.Каноническое уравнение гиперболического параболоида имеет вид

- $x^2/a^2+y^2/b^2=2pz$
- $x^2/a^2+y^2/b^2+z^2/c^2=1$
- $x^2/a^2-y^2/b^2=2pz$
- ни один из ответов не является верным

54.Какую поверхность задает уравнение $x^2+2y^2-3z^2-1=0$?

- Однополостный гиперболоид

- Эллипсоид
- Гиперболический параболоид
- Пара пересекающихся плоскостей

55. Пусть гиперболический параболоид задан своим каноническим уравнением. Какая кривая получается в результате сечения поверхности плоскостью z=0?

- парабола
- гипербола
- пара пересекающихся прямых
- пара совпавших прямых

56. В результате сечения двуполостного гиперболоида, заданного своим каноническим уравнением, плоскостью z=c получаем

- Эллипс
- Точку с координатами (0;0;c)
- Мнимый эллипс $x^2/a^2+y^2/b^2=-1$
- Гиперболу $x^2/a^2-y^2/b^2=1$

57. Какая из ниже перечисленных поверхностей не существует?

- Эллипсоид
- Однополостный параболоид
- Конус
- Гиперболический цилиндр

Ответы на тест (порядковый номер верного ответа)

Векторная алгебра: 1-4, 2-2, 3-3, 4-1, 5-1, 6-2, 7-1, 8-2, 9-2, 10-2, 11-1, 12-3, 13-4, 14-2, 15-2, 16-3, 17-0.93, 18-3, 19-1, 20-2, 21-4, 22-2, 23-1, 24-3, 25-1

Прямые и плоскости: 26-2, 27-4, 28-3, 29-2, 30-4, 31-1, 32-3, 33-2, 34-3, 35-2, 36-1, 37-1, 38-2, 39-3, 40-1, 41-1, 42-1, 43-2

Кривые и поверхности второго порядка : 44-1, 45-4, 46-2, 47-4, 48-3, 49-1, 50-1, 51-3, 52-2, 53-3, 54-1, 55-3, 56-2, 57-2